EJERCICIOS CONTINUIDAD **Ficha 1**

1) Estudia la continuidad de la función $f(x) = \begin{cases} x^2 & si\ x < 0 \\ x^3 + 1 & si\ x \geq 0 \end{cases}$

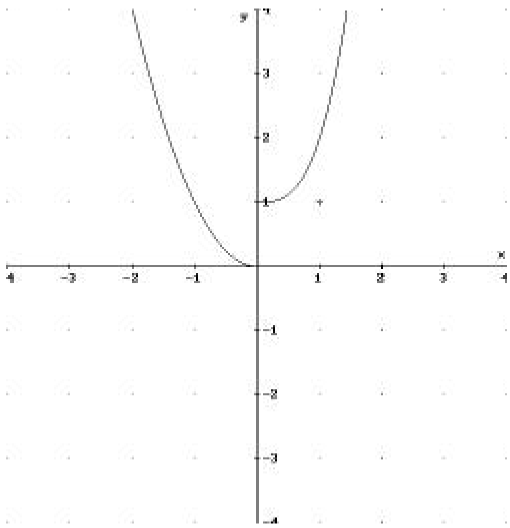
2) Estudia la continuidad de la función $f(x) = \ln(x-1)^2$

3) Estudia la continuidad de la función $f(x) = \begin{cases} x-1 & si\ x < 0 \\ 0 & si\ x = 0 \\ x^2 + 1 & si\ x > 0 \end{cases}$

4) Estudia la continuidad de la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & si\ x < 2 \\ x-1 & si\ x \geq 2 \end{cases}$

5) Estudia la continuidad de la función $f(x) = \begin{cases} x+4 & si\ x < -2 \\ 2 & si\ x = -2 \\ 3x+8 & si\ x > -2 \end{cases}$

SOLUCIONES

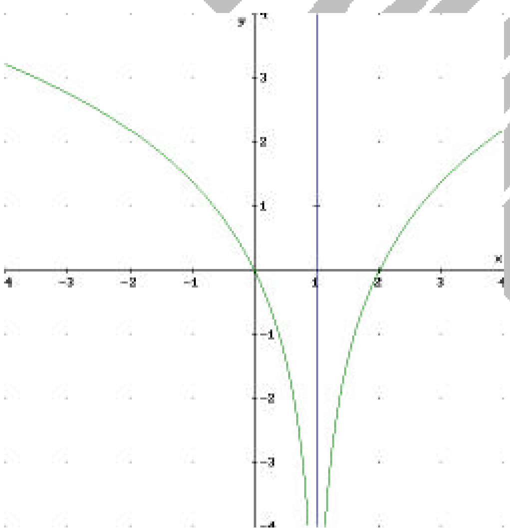


1) $f(x) = \begin{cases} x^2 & si\ x < 0 \\ x^3 + 1 & si\ x \geq 0 \end{cases}$

x^2 y $x^3 + 1$ son funciones continuas, por ser polinomios, luego, el único punto donde puede no ser continua es el 0, veamos los límites por la izquierda y por la derecha en 0:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = 0^2 = 0 \\ \lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0^3 + 1 = 1 \end{array}\right\}$$

la función tiene una discontinuidad de salto en 0 (es continua en $\Re - \{0\}$)

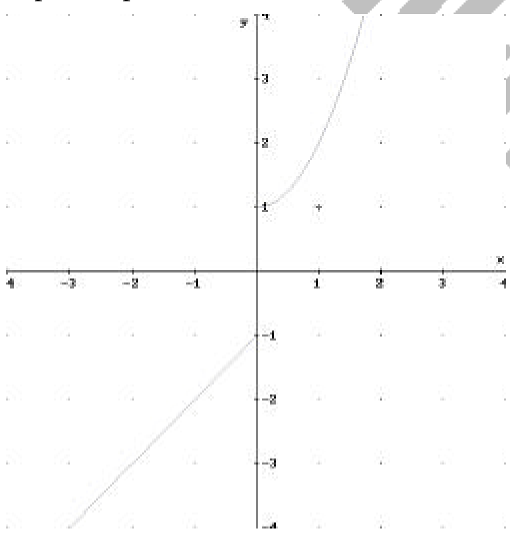


2) $f(x) = \ln(x-1)^2$ tendremos que hallar el dominio de esta función, que serán las soluciones de la inecuación $(x-1)^2 > 0$ cuya solución es $(-\infty, 1) \bigcup (1, +\infty) = \Re - \{1\}$ luego, la función es continua en su dominio, es decir, no es continua en 1, y en este punto se verifica que $\lim\limits_{x \to 1} (x-1)^2 = -\infty$, es decir, que esta función tiene en x=1 una asíntota vertical de ramas convergentes (hacia abajo)

3) $f(x) = \begin{cases} x - 1 & si\ x < 0 \\ 0 & si\ x = 0 \\ x^2 + 1 & si\ x > 0 \end{cases}$ Esta función está formada por una semirrecta, un punto y un trozo de parábola, las funciones $x - 1$ y $x^2 + 1$ son continuas, por ser polinómicas, falta ver si "enganchan" bien entre sí, y con el punto, para ello veamos los límites laterales y el valor de la función en el punto:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = 0 - 1 = -1 \\ \lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0^2 + 1 = 1 \end{array}\right\} f(1) = 0$$

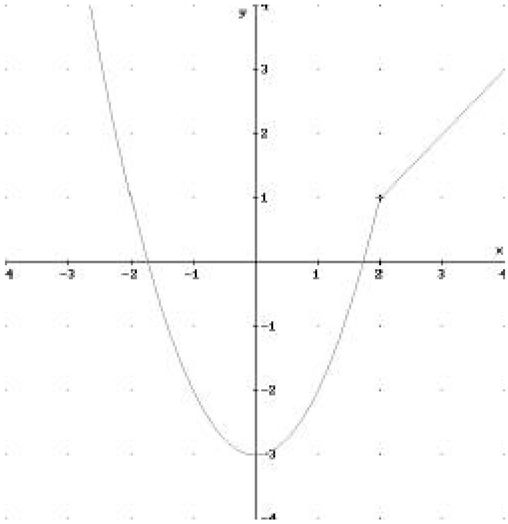
no coinciden, luego en 0 tiene una discontinuidad de salto.



4) $f(x)=\begin{cases} x^2-3 & si\ x<2 \\ x-1 & si\ x\geq 2 \end{cases}$ son dos funciones polinómicas y por tanto, continuas habrá que ver qué pasa en 2 (donde "enganchan"):

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=2^2-3=1 \\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=2-1=1 \end{array}\right\} \text{ luego } \lim_{x\to 2} f(x)=1 \text{ y}$$

por lo tanto, esta función es continua en R.



5) $f(x)=\begin{cases} x+4 & si\ x<-2 \\ 2 & si\ x=-2 \\ 3x+8 & si\ x>-2 \end{cases}$ son dos semirrectas y un punto, cada polinomio es una función continua, luego, como siempre, habrá que ver si "enganchan bien" en –2 las dos semirrectas y el punto:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to -2^-} f(x)=-2+4=2 \\ \lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=3(-2)+8=-6+8=2 \end{array}\right\} f(-2)=2 \text{ con lo que la función es continua en R.}$$